

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кудинов А.А. Использование распознавания образов для обработки и восстановления музыкальных сигналов: Дис. ... канд. техн. наук. – М., 2003. – 179 с.
2. Симаненков И.О. Цифровые синтезаторы музыкальных звуков // Компьютерра. – 1998. – № 32. – С. 21–24.
3. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. – 1996. – Т. 166. – № 11. – С. 1145–1170.
4. Фадеев А.С., Кочегурова Е.А. Выбор вейвлет-функций для анализа музыкальной информации // Современные техника и технологии: Труды XII Междунар. научно-практ. конф. студентов и молодых ученых. – Томск: ТПУ, 2006 – Т. 2. – С. 194–196.
5. Новиков Л.В. Основы вейвлет-анализа сигналов. – СПб.: ООО МОДУС+, 1999. – 152 с.
6. Курс лекций по сигналам и системам обработки сигналов. [Электронный ресурс] / авт. курса, А.В. Давыдов. – Электрон. текстовые дан. (32 файла) – [Екатеринбург]. – Режим доступа: <http://prodav.narod.ru/signals/index.html>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус., англ.
7. Кочегурова Е.А., Фадеев А.С. Вейвлет анализ в задаче идентификации музыкальной информации // Молодежь и современные информационные технологии: Сб. трудов IV Всеросс. научно-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006. – С. 149–151.
8. Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MatLab. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 304 с.
9. Фадеев А.С., Кочегурова Е.А. Подготовка результатов непрерывного вейвлет-преобразования к автоматизированной обработке // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309. – № 7. – С. 32–35.
10. Fujinaga I. Machine recognition of Timbre Using Steady-State tone of Acoustic musical Instruments // International Computer Music Conference. – Singapore, San Francisco, CA: ICMA, 2003. – P. 89–96.
11. Hebert S., Peretz I. Recognition of music in long-term memory: Are melodic and temporal patterns equal partners? // Memory & Cognition. – 1997. – V. 25. – № 4. – P. 518–533.

Поступила 19.10.2007 г.

УДК 004.93

## ПРОСТОЙ АЛГОРИТМ ВЕЙВЛЕТ-СЖАТИЯ ПОЛУТОНОВЫХ И ЦВЕТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Д.В. Сидоров, А.Н. Осокин

Томский политехнический университет  
E-mail: [rauco@mail.ru](mailto:rauco@mail.ru)

Разработан простой алгоритм вейвлет-сжатия, позволяющий реализовать недорогие аппаратно-программные платформы для систем видеонаблюдения и систем обработки телевидения высокой четкости в реальном времени.

## Введение

Стандарт сжатия цифровых изображений JPEG2000 на основе вейвлет-преобразования считается одним из наиболее перспективных. Он состоит из двух обширных частей (JPEG2000 Part I, JPEG2000 Part II). В пределах стандарта существует множество программных реализаций (ACDSee, LeadTools, Mjp2000, Jasper, Lurawave и т. д.), значительно отличающихся степенью и скоростью сжатия изображений [1, 2]. Реализация JPEG2000 от ACDSee согласно [1] обладает наилучшими характеристиками: скоростью сжатия, степенью сжатия и качеством восстановленного изображения (далее при упоминании стандарта JPEG2000 будет рассматриваться реализация от ACDSee). JPEG2000 имеет явный выигрыш в 20...25 % в качестве восстановленного изображения по метрике PSNR [2, 3] (при равном коэффициенте сжатия) относительно обычного JPEG. Главной причиной ограниченного распространения JPEG2000 является сложность программной реализации и, как следствие, низкая скорость сжатия. Длительность процесса сжатия вызвана в большей степени сложностью этапов квантования, блочного кодирования и организации выходного

потока, занимающих порядка 80 % общего времени сжатия [2]. Поэтому, на основе первой и второй частей стандарта JPEG2000 (Part I, Part II) нами был разработан более простой и быстрый алгоритм вейвлет-сжатия QWC (Quick Wavelet Compress, название авторов), обладающий практически равным JPEG2000 качеством восстановленного изображения (при одинаковой степени сжатия).

## Алгоритм сжатия QWC

Алгоритм QWC имеет аналогичную стандарту JPEG2000 схему сжатия (рис. 1).

Этапы предварительной обработки и вейвлет-преобразования стандарта JPEG2000 и алгоритма QWC совпадают. Согласно стандарту JPEG2000 предварительная обработка входного изображения состоит в выравнивании значений цветовых компонент RGB пикселей относительно нуля. Предварительная обработка изображения происходит только в том случае, если значения цветовых компонент RGB пикселей лежат в интервале  $[0, 2^N - 1]$  (где  $N$  – разрядность бит цветовых компонент RGB или яркости пикселей изображения), тогда значение каждой цветовой компоненты RGB пикселей уменьшается на  $2^{N-1}$ :

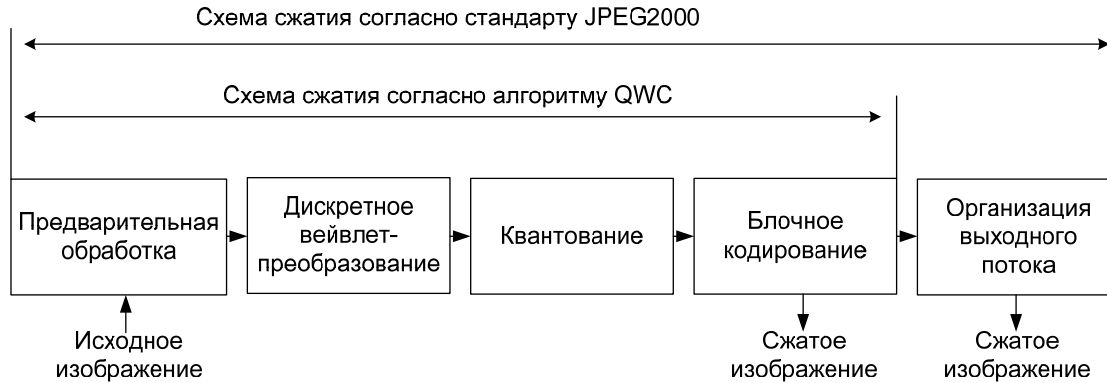


Рис. 1. Схема сжатия изображений стандарта JPEG2000 и алгоритма QWC

$$P_{i,j} = \begin{cases} P_{i,j}, P_{i,j} \in [-2^{N/2}, 2^{N/2} - 1] \\ P_{i,j} - 2^{N-1}, P_{i,j} \in [0, 2^N - 1] \end{cases},$$

где  $P_{ij}$  — значение одной из цветовых компонент RGB или яркости пикселя изображения,  $i, j$  — координаты пикселя в матрице изображения.

Следующим шагом алгоритма является вейвлет-преобразование [2]. Стандарт устанавливает, согласно части I, два возможных варианта преобразования:

- целочисленное преобразование 5/3, используемое для сжатия без потерь;
- иррациональное 9/7, используемое для сжатия с потерями.

В отличие от стандарта JPEG2000, где используется равномерный скалярный квантователь, в алгоритме QWC используется субполосный скалярный квантователь с различными коэффициентами квантования для субполос (уровней) высокочастотных вейвлет-коэффициентов. Применение неравномерного квантователя увеличивает качество восстановления изображения при неизменной степени сжатия, независимо от используемого вейвлет-преобразования [4].

Исходя из специфики вейвлет-преобразования считается, что энергия высокочастотных (ВЧ) субполос  $HL_1$ ,  $HH_1$ ,  $LH_1$  (рис. 2) описывает наиболее мелкие детали изображения, которые плохо воспринимаются человеком, следовательно, для этих субполос коэффициент скалярного квантования может быть достаточно большим, например заданным пользователем [4, 5].

Субполосы  $LH_2$ ,  $HH_2$ ,  $HL_2$  — описывают более крупные детали и обладают большим значением энергии, следовательно, коэффициент квантования для данных полос должен быть меньше, в противном случае потери при восстановлении изображения будут значительнее, чем на предыдущих уровнях  $HL_1$ ,  $HH_1$ ,  $LH_1$ . Для субполос уровней выше ( $HL_3$ ,  $HH_3$ ,  $LH_3$  и т. д.) процесс аналогичен:

$$Q_1 > Q_2 > Q_3 \dots Q_n,$$

где  $Q$  — коэффициент квантования,  $n$  — шаг вейвлет-преобразования.

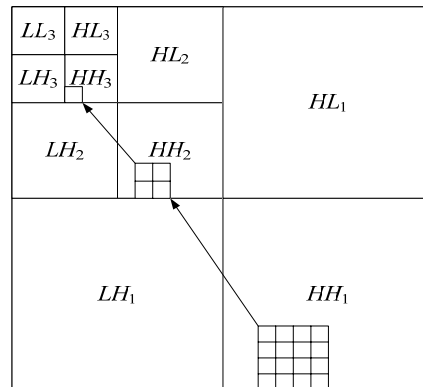


Рис. 2. Смещение энергии сигнала, представленного изображением, за три шага вейвлет-преобразования

Следует отметить, что для диапазонов  $HH_1$ ,  $HH_2 \dots HH_n$  коэффициент скалярного квантования может быть значительно больше, нежели для субполос  $LH_1 \dots LH_n$  и  $HL_1 \dots HL_n$  вследствие слабой корреляции пикселей по диагонали, причем коэффициенты субполосы  $HH_1$  могут быть обнулены без ощутимых потерь в качестве [2, 4, 6].

Указанная выше взаимосвязь распределения энергии между ВЧ субполосами позволяет построить субполосный скалярный квантователь с неравномерным шагом коэффициента квантования и обеспечить восстановление изображения с большей детализацией, нежели при использовании квантователя с одним коэффициентом квантования. К сожалению, вопрос о зависимости энергий субполос или способа получения коэффициентов квантования для субполос довольно сложен и на данный момент плохо освещен в современной литературе. Единственным указанием зависимости между коэффициентами субполос в литературе можно считать, что рост энергии от каждой  $(n-1)$ -й полосы к  $n$  полосе зависит только от полосы  $(n-1)$ -й для пирамидального разложения, рис. 2. Тогда уместно предположить, что зависимость коэффициентов квантования аналогична, т. е. коэффициент для  $n$  субполосы вычисляется из коэффициента  $(n-1)$ -й субполосы [7]. Очевидно, что коэффициент квантования  $Q$  для каждой субполосы будет зависеть не только от коэффициента квантования предыдущей

субполосы, но и от конкретного сжимаемого изображения, поэтому для простоты реализации и высокой скорости квантования была оставлена только зависимость между коэффициентами квантования и введен поправочный коэффициент  $L$ :

$$Q_i = L Q_{i-1},$$

где  $i$  — уровень разложения коэффициентов или шаг вейвлет-преобразования.

В алгоритме сжатия QWC, так же как и в стандарте JPEG2000, главным параметром при сжатии, который указывает пользователь, является либо коэффициент сжатия, либо размер сжатого файла, т. е. для сжатия изображений пользователь может указать только один параметр — коэффициент сжатия  $K_c$ . Но коэффициент сжатия не единственный параметр, участвующий в квантовании и арифметическом сжатии, коэффициент квантования  $Q$  и поправочный коэффициент  $L$  также должны быть заданы. Так как пользователь задает только коэффициент сжатия (размер файла), то нужно определить зависимость коэффициента квантования  $Q$  и поправочного коэффициента  $L$  от коэффициента сжатия  $K_c$ . Теоретическое определение коэффициентов  $Q$  и  $L$  является достаточно сложным процессом, поэтому для облегчения получения коэффициентов  $K_c$ ,  $Q$  и  $L$  был поставлен эксперимент.

### Эксперимент

Целью проведения эксперимента является получение четырех экспериментальных зависимостей (массивов значений) коэффициентов  $Q$  и  $L$ , зависящих от  $K_c$ , и дающих наилучшее качество восстановленного изображения, т. е. необходимо получить по два массива значений коэффициентов  $Q$  и  $L$  для полутоновых и цветных изображений.

Таким образом, для каждого значения коэффициента сжатия  $K_c$  нужно экспериментально определить оптимальную пару значений коэффициентов  $Q$  и  $L$ , дающих наилучшее качество восстановленного изображения.

В качестве исходных данных для эксперимента были использованы:

- пять эталонных изображений из набора цветных изображений Calgary Corpus с глубиной цвета 24 бита на пиксель и пять полутоновых изображений глубиной 8 бит на пиксель, полученных конвертированием без потерь из оригинальных цветных (изображения выбраны с учетом их реалистичности);
- интервал коэффициента сжатия для цветных изображений  $K_c \in [8, 200]$ , для полутоновых изображений  $K_c \in [4, 200]$ , шаг 1;
- интервал коэффициента квантования  $Q$  для полутоновых и цветных изображений  $Q \in [4, 60]$ , шаг 1;

- интервал поправочного коэффициента  $L$  для полутоновых и цветных изображений  $L \in [10, 99]$ , шаг 1;
- коэффициент субдискретизации для цветовых компонент 1:8:8 (только для цветных изображений) [4].

Крайние значения интервалов коэффициентов  $K_c$ ,  $Q$  и  $L$  были предварительно получены экспериментальным путем.

Качество восстановленного изображения определялась по метрике PSNR\* [3]:

$$\text{PSNR}(x, y) = 10 \log_{10} \frac{255^2 nm}{\sum_{i=1, j=1}^{n, m} (x_{i,j} - y_{i,j})^2},$$

где  $n, m$  — количество отсчетов сигнала,  $x$  — отсчеты оригинального, исходного сигнала для сжатия,  $y$  — отсчеты распакованного, восстановленного сигнала.

Коэффициент сжатия  $K_c$  определялся по формуле:

$$K_c = \frac{S_o}{S_c},$$

где  $S_o$  и  $S_c$  — объем исходного и сжатого изображений.

Для проведения эксперимента и определения четырех массивов значений коэффициентов  $Q$  и  $L$  была разработана программа для СКК ТПУ «СКИФ-политех», определяющая на наборе эталонных изображений наиболее оптимальные соотношения коэффициентов  $K_c$ ,  $Q$  и  $L$ . Использование кластера ТПУ обосновано большим объемом вычислений и простотой распараллеливания вычислений, например, для эксперимента над полутоновыми изображениями исходные данные будут следующими:

- количество эталонных изображений 5 (полутоновых);
- интервал коэффициента сжатия  $K_c \in [4, 200]$ , шаг 1;
- интервал коэффициента квантования  $Q \in [4, 60]$ , шаг 1;
- интервал поправочного коэффициента  $L \in [10, 99]$ , шаг 1.

Для эксперимента над цветными изображениями начальные данные будут следующими:

- количество эталонных изображений 5 (цветных);
- интервал коэффициента сжатия  $K_c \in [8, 200]$ , шаг 1;
- интервал коэффициента квантования  $Q \in [4, 60]$ , шаг 1;
- интервал поправочного коэффициента  $L \in [10, 99]$ , шаг 1.

Таким образом, для каждого значения  $K_c$  программой будут перебираться все комбинации значений коэффициентов  $Q$  и  $L$ , что без оптимизации отбора результатов может дать

\* Использование метода оценки качества PSNR обосновано тем, что применение более точных методов оценки, например, VQM [3] или SSIM [3] затруднено, т. к. исходные файлы или бинарные библиотеки методов реализованы для ОС семейства Windows® и их использование на кластере ТПУ не представляется возможным, кластер управляется ОС Linux® SuSe® в консольном режиме.

$6(200-4+1)(60-4+1)(99-10+1)=6063660$  для полутоновых и  $6(200-8+1)(60-4+1)(99-10+1)=5940540$  для цветных сжатых и восстановленных изображений. Максимальное количество параллельных вычислений может быть равно количеству вариантов значений  $K_c$ ,  $Q$  и  $L$ . Поэтому для уменьшения количества вычислений и последующего отбора оптимальных результатов был применен метод уступок [8]. Метод позволяет задать процент уступок  $\lambda$  по приросту качества (критерия) каждого восстановленного изображения, тем самым гарантируя, что будет выбран оптимальный вектор прироста качества изображений и искомых значений  $Q$  и  $L$  с максимальным проигрышем между значениями внутри вектора не более  $\lambda$ , %. Поэтому максимальная ошибка при неправильном выборе вектора прироста качества (и значений  $Q$  и  $L$  для данного вектора), не превысит  $\lambda$ , %. Применение других методов, например аддитивного или мультипликативного методов свертки критериев, в общем случае может привести к взаимной компенсации частных критериев и неверному выбору оптимального вектора.

#### Результаты эксперимента

Результатом работы экспериментальной программы стали 4 массива значений  $Q$  и  $L$  для цветных и полутоновых изображений, задающие для выбранного пользователем коэффициента сжатия  $K_c$  значения коэффициента квантования  $Q$  и значение поправочного коэффициента  $L$ . В виду плохого качества оценки изображений по метрике PSNR часть значений массивов  $Q$  и  $L$  оказались не адекватны, зачастую в массиве значений присутствовали «пробелы» (нулевые или стартовые значения) в значениях коэффициентов. Для исправления ситуации массивы значений коэффициентов  $Q$  и  $L$  для цветных и полутоновых изображений были кусочно аппроксимированы и сглажены (см. пример на рис. 3, 4).

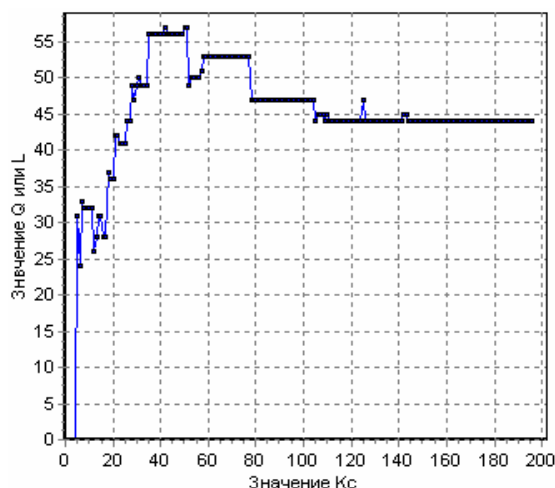


Рис. 3. Исходная кривая зависимости  $K_c$  от  $L$  для полутоновых изображений

Полученные после аппроксимации и сглаживания массивы значений коэффициентов  $Q$  и  $L$  были включены в квантователь алгоритма QWC.

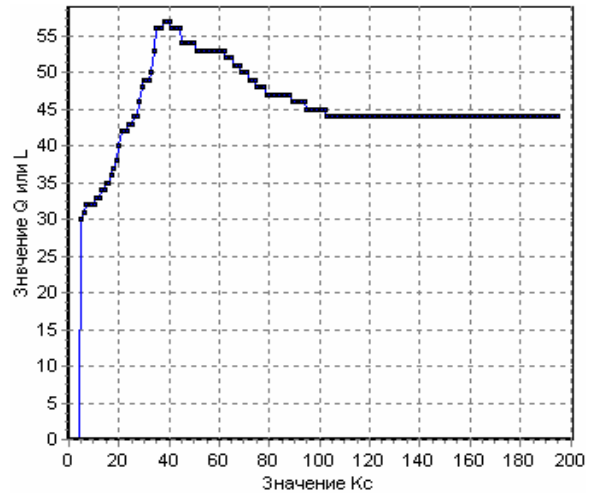


Рис. 4. Аппроксимированная кривая зависимости  $K_c$  от  $L$  для полутоновых изображений

Следующий этап сжатия согласно алгоритму QWC — этап блочного кодирования (см. рис. 1). Процесс блочного кодирования алгоритма QWC, в отличие от процесса блочного кодирования в стандарте JPEG2000, был значительно упрощен и ускорен (см. табл. 1).

Таблица 1. Этап блочного кодирования стандарта JPEG2000 и алгоритма QWC

Стандарт JPEG2000	Алгоритм QWC
ВЧ вейвлет-коэффициенты разбиваются на прямоугольные блоки произвольного размера, чаще $32 \times 32$ или $64 \times 64$ , но не более чем 4096 коэффициентов.	ВЧ вейвлет-коэффициенты разбиваются на блоки согласно уровням разложения коэффициентов (шкалам преобразования).
Состояние арифметического кодера сбрасывается.	Исключен
Блок представляется в виде 11 битовых плоскостей.	Исключен
Для каждой битовой плоскости происходит предсказание значений соседних битов, для каждого 8 бит в плоскости предсказывается значение 9 бита.	Исключен
Плоскости упаковываются в виде битовых срезов, что, например, для блока в 4096 коэффициентов может дать от 1 до 11 проходов (соответственно 1 проход при максимальном сжатии и 11 проходов при минимальном) или $4096 \cdot 11 = 45056$ переборов коэффициентов при минимальном сжатии и не менее 4096 переборов коэффициентов при максимальном.	Упаковываются только сами значения коэффициентов, что, например, для блока в 4096 коэффициентов всегда даст только 1 проход, независимо от степени сжатия. В среднем количество проходов в 6...7 раз меньше, чем для стандарта JPEG2000.

Согласно стандарту JPEG2000 ВЧ вейвлет-коэффициенты сжимаются блоками. После сжатия всех ВЧ вейвлет-коэффициентов блоками, блоки перегруппировываются (согласно расположению, значимости битовых плоскостей) для записи в буфер выходного потока. В предложенном алгоритме блоки сжимаются сразу в требуемом порядке, поэтому организация выходного буфера не требуется.



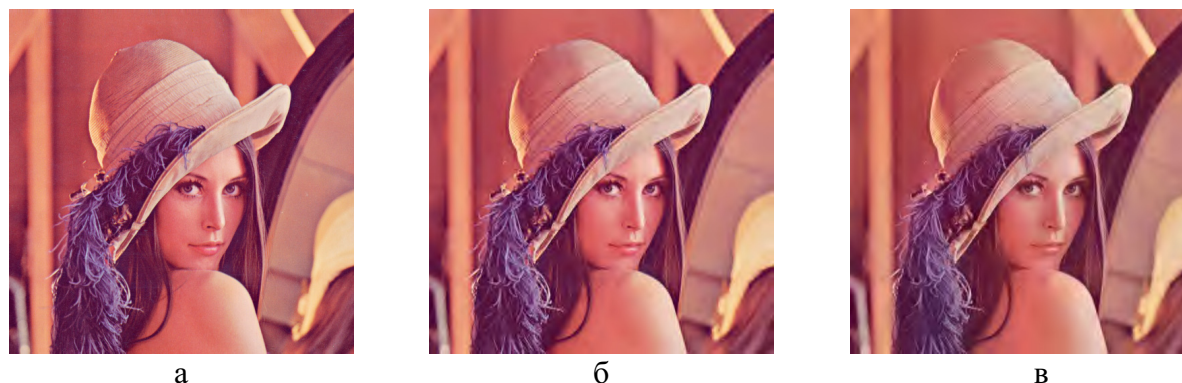


Рис. 5. Изображение: а) оригинальное; б) сжатое JPEG2000; в) сжатое QWC



Рис. 6. Участок изображения: а) оригинального; б) сжатого стандартом JPEG2000; в) сжатого алгоритмом QWC

На рис. 5, а, приведено оригинальное цветное изображение (размер изображения 512×512 пикселей, глубина цвета 24 бита), сжатое стандартом JPEG2000 (рис. 5, б, PSNR=33,77; SSIM=0,89179;  $K_c=100$ ) и алгоритмом QWC (рис. 5, в, PSNR=30,71; SSIM=0,86779;  $K_c=100$ ).

В табл. 2 приведены результаты сравнительного тестирования стандарта JPEG2000 и алгоритма QWC на эталонных изображениях из набора Calgaу Corpus (изображения были исходными данными в эксперименте по получению массивов значений коэффициентов  $Q$  и  $L$ ).

Таблица 2. Сравнение качества сжатия стандарта JPEG2000 и алгоритма QWC

Эталонное изображение из набора Calgaу Corpus	Коэффициент сжатия	Показатель PSNR		Показатель SSIM		Разница в % в показателе для QWC относительно JPEG2000	
		JPEG2000	QWC	JPEG2000	QWC	PSNR	SSIM
lena.bmp	20	40,25906	33,88858	0,95792	0,95333	-18,79	-0,48
	50	36,84676	32,79163	0,92970	0,91856	-12,36	-1,21
	100	33,77797	30,71334	0,89179	0,86779	-9,97	-2,79
	150	32,07620	29,42957	0,86843	0,83540	-8,99	-3,95
	Среднее значение разницы по PSNR и SSIM					-12,53	-2,11
bat.bmp	20	43,94340	34,93433	0,98256	0,97225	-25,78	-1,06
	50	36,73378	31,91089	0,96110	0,95133	-15,11	-1,02
	100	32,25620	29,47235	0,92720	0,91092	-9,44	-1,78
	150	30,15820	27,39804	0,89842	0,87320	-10,07	-2,88
	Среднее значение разницы по PSNR и SSIM					-15,10	-1,68
papr.bmp	20	41,20751	34,94453	0,96824	0,95629	-17,92	-1,25
	50	37,36990	31,30622	0,93541	0,92038	-19,36	-1,63
	100	33,74086	28,04916	0,89790	0,87349	-20,29	-2,79
	150	31,64930	26,45925	0,85934	0,83862	-19,61	-2,47
	Среднее значение разницы по PSNR и SSIM					19,30	-2,04
serf.bmp	20	34,50090	29,93922	0,93553	0,88968	-14,11	-5,15
	50	29,66250	27,36494	0,82053	0,77156	-7,07	-6,34
	100	27,15076	25,78640	0,70902	0,65324	-4,40	-8,53
	150	26,05561	24,87761	0,63702	0,58829	-3,70	-8,28
	Среднее значение разницы по PSNR и SSIM					-7,32	-7,07
fl.bmp	20	39,26349	34,17872	0,96982	0,95998	-14,87	-1,02
	50	33,25353	31,44448	0,90210	0,90895	-5,75	+0,75
	100	30,00079	28,28929	0,83054	0,80631	-6,05	-3,01
	150	28,33185	26,63861	0,77671	0,74357	-6,36	-4,45
	Среднее значение разницы по PSNR и SSIM					-8,26	-1,93
Среднее значение разницы по PSNR и SSIM						-12,5	-2,97

Согласно проведенному тестированию (табл. 2) алгоритм QWC проигрывает JPEG2000 в среднем 3 % по метрике SSIM, по метрике PSNR – 12,5 %. Экспертная оценка показывает, что метрика PSNR фактически не дает более или менее адекватную оценку качества, т. к. визуально изображения слабо различимы.

Разработанный и реализованный алгоритм QWC эффективно сжимает и изображения, не использованные в эксперименте по формированию массивов значений коэффициентов  $Q$  и  $L$ . В качестве примера на рис. 6, а, изображен участок произвольного изображения (не участвовавшего в определении коэффициентов, размер изображения 1600×1200 пикселей, глубина цвета 24 бита), сжатого стандартом JPEG2000 (рис. 6, б, SSIM=0,70929;  $K_c=60$ ) и алгоритмом QWC (рис. 6, в, SSIM=0,64978;  $K_c=60$ ). Экспертная оценка отдает предпочтение изображению сжатому QWC (рис. 6, в) перед JPEG2000 (рис. 6, б), т. к. алгоритм QWC при сжатии сохранил структуру мелких деталей изображения (стебли травы).

## Заключение

Разработан более быстрый и простой алгоритм вейвлет-сжатия QWC с пирамидальной схемой квантования и сохранения коэффициентов. Он обладает практически равным стандарту JPEG2000 качеством восстановленных изображений (при равной степени сжатия), а в некоторых случаях превос-

ходит его. Алгоритм QWC может быть довольно легко перенесен на недорогую аппаратную платформу, способную в режиме реального времени обрабатывать видео-поток телевидения высокой четкости.

*Разработка алгоритма сжатия поддерживается по программе «Участник молодежного научно-инновационного конкурса» («У.М.Н.И.К.») Фондом содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ватолин Д., Москвин А., Петров О. Сравнение кодеков изображений стандарта JPEG2000 и Windows Media Photo (новое название: Microsoft HD photo) [Электронный ресурс]. – режим доступа: [http://compression.ru/video/codec\\_comparison/wmp\\_codecs\\_comparison.html](http://compression.ru/video/codec_comparison/wmp_codecs_comparison.html) (20.06.2007).
2. Ватолин Д., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002. – 384 с.
3. Ватолин Д. Программный продукт оценки качества восстановленного изображения MSU Quality Measure [Электронный ресурс]. – режим доступа: [http://compression.ru/video/quality\\_measurement/video\\_measurement\\_tool.html](http://compression.ru/video/quality_measurement/video_measurement_tool.html) (20.06.2007).
4. Сидоров Д.В., Осокин А.Н. Аппаратно-ориентированный субполосный квантователь для вейвлет-сжатия полутонных изображений // Молодежь и современные информационные технологии: Сб. трудов V Всеросс. научно-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. Томск, 27 февраля – 1 марта 2007 г. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – С. 446–448.
5. Уэлстид С. Фракты и вейвлеты для сжатия изображений в действии. – М.: Триумф, 2003. – 320 с.
6. Rabbani M., Santa Cruz D. The JPEG2000 Still-Image Compression Standard. – Lausanne: Swiss Federal Institute of Technology (EPFL), 2002. – 246 p.
7. Sagetong P., Ortega A. Analytical model-based bit allocation for wavelet coding with applications to multiple description coding and region of interest coding // Proc. IEEE Int. Conf. on Multimedia and Expo (ICME). Tokyo, Japan August 2001. – Los Angeles: SIPI Department of EES University of Southern California, 2001. – P. 300–304.
8. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления и приложения: пер. с англ. / Р. Штойер; под ред. А.В. Лотова. – М.: Радио и связь, 1992. – 504 с.

*Поступила 12.10.2007 г.*

УДК 681.3.06

## МАТРИЧНЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАЗРЕЗАНИЯ ГРАФОВ

В.К. Погребной

Институт «Кибернетический центр» ТПУ  
E-mail: vk@ad.cctpu.edu.ru

*Предложен матричный алгоритм решения задачи разрезания графов. Рассмотрены основные положения алгоритма, базирующиеся на матричном представлении графов. Приведена формализация основных процедур алгоритма – определение оценок для выбора перемещаемых элементов матрицы и преобразование матрицы путем взаимного переноса столбцов и строк. Работа алгоритма рассмотрена на примере графа передач данных между станциями локальной сети вычислительной системы.*

### Введение

Задачу разрезания графа на минимально связанные части можно отнести к числу классических задач теории графов, широко используемых в практических приложениях. Среди наиболее ранних и хорошо разработанных приложений выделяются задача разбиения схемы вычислительного устройства, представленного в виде графа [1] или в виде более адекватной модели – гиперграфа [2]. Для обыкновенного графа [3] задача разрезания формулируется следующим образом. Требуется разрезать граф  $G=(S,V)$  на части  $G_f=(S_f,V_f)$ ,  $f=1,2,...,F$ , где  $F$  – число частей, на которые разрезается граф;  $S_f$  – множество вершин, принадлежащих  $f$ -ой части;  $V_f$  – множество ребер инцидентных вершинам  $S_f$ .

Совокупность частей  $B(G)$  называется разбиением графа  $G$ , если

$$\forall G_f \in B(G) [G_f \neq \emptyset \& \bigcup G_f = G];$$

$$\forall G_f, G_q \in B(G_f) [G_f \neq G_q \& S_f \cap S_q = \emptyset \& V_f \cap V_q = V_{fq}], \quad f, q = 1, 2, \dots, F.$$

Здесь  $V_{fq}$  – множество ребер, связывающих пары вершин, одна из которых принадлежит части  $G_f$ , а другая –  $G_q$ .

Обозначим  $|V_{fq}|=g_{fq}$  и назовем его числом реберного соединения частей  $G_f$  и  $G_q$ . Тогда число реберного соединения разрезания графа  $G$  определяется величиной  $g$ :

$$g = \sum_{f=1}^F \sum_{q=1}^F q_{fq}, \quad f \neq q.$$

Традиционным критерием решения задачи разрезания графа  $G$  является минимизация числа реберного соединения  $g$  при ограничении на число вершин в частях  $G_f$ .